Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ЭКОНОМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ «НИНХ»
Кафедра информационных технологий

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Учебная дисциплина
ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки
02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»,
профилю «Инженерия программного обеспечения»

Новосибирск 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

РАЗДЕЛ 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

1.1. Организация самостоятельной работы студентов по подготовке к лабораторным занятиям

Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к лабораторному занятию по учебной дисциплине «Дискретная математика»:

1. Проработать конспект лекций.
2. При необходимости обратиться к источникам основной и дополнительной литературы, рекомендованной по каждому из трех разделов учебной дисциплины.
3. Подготовить ответы на вопросы, входящие в структуру содержания лабораторного занятия по каждой теме соответствующего раздела учебной дисциплины.
4. Ответить на вопросы тестовых заданий по каждой конкретной теме соответствующего раздела учебной дисциплины, выбрав один или несколько вариантов ответа верных, по вашему мнению.
5. При затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

Формой текущего контроля самостоятельного изучения студентом отдельных тем является тестирование.

1.2. Содержание лабораторных занятий

Лабораторные занятия по дисциплине «Дискретная математика» проводятся в соответствии с учебно-тематическим планом и планом лабораторных занятий, отраженным в Рабочей программе, утвержденной на заседании кафедры прикладных информационных технологий 7 июня 2011 г., протокол № 11.

Раздел 1. Элементы теории множеств и отношений

Тема 1.1. Множества и основные операции над ними

1. Задание множеств и операции над ними.
2. Конечные и бесконечные множества.

Вопросы и задания для самостоятельной работы:

1. Подготовить ответы на контрольные вопросы по теме:

1.1. Как определяется множество?

1.2. Каким образом из множеств можно образовывать новые множества?

1.4. Какие основные операции применяются над множествами?

1.5. Как определяется симметрическая разность множеств?

1.6. Что такое диаграмма Эйлера–Венна?

1.7. Как определяется декартово произведение множеств?

1.8.Что такое покрытие и разбиение множества?

1.9. Как определяется мощность множества?

1.10. Какое множество называется счетным?
1.11. Какое множество называется несчетным?

2. Тестовые задания для самостоятельного контроля уровня подготовки студентами вопросов темы:

2.1. Какая из записей верна:
А. $\{2, 4, 6, 7\} = \{2, 6, 8\}$
Б. $\{2, 4, 6, 7\} \neq \{2, 6, 8\}$
В. $\{2, 4, 6, 7\} \subseteq \{2, 6, 8\}$
Г. $\{2, 4, 6, 7\} \supseteq \{2, 6, 8\}$

2.2. Чему равна симметрическая разность множеств $\{1,2,4,6\}$ и $\{0,2,3,6,8\}$:
А. $\{1, 2, 3, 4, 8\}$
Б. $\{2, 6\}$
В. $\{0, 1, 3, 4, 8\}$
Г. $\{0, 1, 3, 8\}$

2.3. При каком условии разность непустых множеств $X \setminus Y$ будет пустым:
А. множество Y является собственным подмножеством X
Б. множества Y и X не пересекаются
В. множество X является собственным подмножеством Y
Г. множества Y и X пересекаются, но не совпадают

2.4. Когда объединение непустых конечных множеств $X \cup Y$ будет пустым:
А. множества Y и X не пересекаются
Б. никогда не будет пустым
В. множества Y и X пересекаются
Г. множество Y является собственным подмножеством X

2.5. Когда пересечение непустых конечных множеств $X \cap Y$ будет пустым:
А. множество Y является собственным подмножеством X
Б. всегда будет пустым
В. если множества X и Y совпадают
Г. если у множеств нет общих элементов

2.6. При каком условии конечное множество и его булеан содержат одинаковое число элементов:
А. когда множество является конечным
Б. всегда
В. когда множество является бесконечным
Г. никогда

2.7. Симметрическая разность двух непустых конечных множеств всегда больше:

А. объединения этих множеств
Б. разности этих множеств
В. универсального множества
Г. пересечения этих множеств

2.8. Множество пар целых чисел имеет мощность:
А. счетного множества
Б. несчетного множества
В. конечного множества
Г. промежуточную между счетным и несчетным множеством

2.9. Какое множество имеет больше элементов, чем множество натуральных чисел:
А. множество рациональных чисел
Б. множество целых чисел
В. множество точек единичной окружности
Г. множество всевозможных стихов на русском языке

2.10. Какое из множеств будет несчетным:
А. множество целых чисел
Б. множество точек единичного отрезка на прямой
В. множество всех программ на языке С
Г. множество периодических дробей

Тема 1.2. Отношения и функции
1. Типы отношений.
2. Функции.

Вопросы и задания для самостоятельной работы:
1. Подготовить ответы на контрольные вопросы по теме:
1.1. Как определяется отношение?
1.2. Какое отношение называется бинарным?
1.4. Как определяется композиция отношений?
1.5. Как определяется функция?
1.6. Что такое инъективная функция?
1.7. Что такое сюръективная функция?
1.8. Что такое биективная функция?
1.9. Какова схема доказательства методом математической индукции?
1.10. Какая индукция называется полной?
1.11. Как определяется отношение эквивалентности?
1.12. Что такое фактор-множество?

2. Тестовые задания для самостоятельного контроля уровня подготовки студентами вопросов темы:

2.4. Какое из отношений будет отношением эквивалентности:
А. не рефлексивное, симметричное, транзитивное
Б. рефлексивное, не симметричное, транзитивное
В. рефлексивное, симметричное, не транзитивное
Г. рефлексивное, симметричное, транзитивное

Раздел 2. Элементы и методы комбинаторного анализа

Тема 2.1. Основные понятия комбинаторики
1. Основные комбинаторные конструкции
2. Перечисление конечных множеств

Вопросы и задания для самостоятельной работы:
1. Подготовить ответы на контрольные вопросы по теме:
1.1. Что такое число сочетаний?
1.2. Как определяется число размещений?
1.4. Что такое убывающий факториал?
1.5. Как определяются перестановки?
1.6. Сколько существует отображений конечных множеств?
1.7. Сколько существует инъективных отображений конечных множеств?
1.7. Сколько существует сюръективных отображений множеств?
1.8. Сколько существует биективных отображений конечных множеств?
1.9. Что такое числа Стирлинга второго рода?
1.10. Как определяются диаграммы Ферре?

2. Тестовые задания для самостоятельного контроля уровня подготовки студентами вопросов темы:

2.1. Каково количество всех подмножеств в n-элементном множестве?
А. $n!$
Б. n^2
В. 2^n
Г. $n!/2$

2.2. Чему равно число перестановок элементов в из n-элементного множества?
А. 2^n
Б. $n!/4$
В. n^n
Г. $n!$

2.3. Каково количество всех двоичных векторов длины n?
А. $n!$
Б. n^n
В. 2^n

Г. n^2

2.4. Сколько существует 2-элементных подмножеств в n-элементном множестве?
А. $n^2/2$
Б. $n(n–1)/2$
В. $n(n+1)/2$
Г. n^2

2.5. Сколько разных n-компонентных векторов можно составить из m чисел?
А. m^n
Б. n^m
В. m^m
Г. n^n

2.6. Сколько n-буквенных слов можно составить из алфавита {a, b, c, d}?
А. $4n!$
Б. n^n
В. n^4
Г. 4^n

2.7. Диаграмма Ферре представляет в графическом виде
А. разложение числа в произведение множителей
Б. представление числа в виде разностей чисел
В. разложение числа в сумму слагаемых
Г. представление числа в виде отношений чисел

2.8. Сколькими способами можно вытянуть две карты из колоды из n карт?
А. n^2
Б. 2^n
В. $n(n–1)/2$
Г. $2n$
2.9. Какой конструкцией описывается выбор всех k-элементных подмножеств из n-элементного множества?
А. Числом размещений k элементов из n
Б. Числом сочетаний k элементов из n
В. Числом перестановок k элементов из n
Г. Убывающим факториалом k из n

2.10. Чему равно число Стирлинга второго рода $S(1,3)$?
А. 0
Б. 1
В. 2
Г. 3

Тема 2.2. Биномиальная и полиномиальная формулы
Тема 2.3. Формула включений и исключений
1. Биномиальная формула и ее обобщение
2. Применение формулы включений и исключений

Вопросы и задания для самостоятельной работы:

1.1. Что такое биномиальный коэффициент?
1.2. Какие биномиальные коэффициенты являются максимальными?
1.3. Как определяется биномиальная формула?
1.4. Чему равна сумма всех биномиальных коэффициентов?
1.5.Чему равна мощность объединения попарно не пересекающихся множеств?
1.6. Чему равна мощность объединения множеств, которые все имеют единственный общий элемент?
1.7. Что такое полиномиальный коэффициент?
1.8. Какие полиномиальные коэффициенты являются максимальными?
1.9. Как определяется полиномиальная формула?
1.10. Чему равна сумма всех полиномиальных коэффициентов?

2. Тестовые задания для самостоятельного контроля уровня подготовки студентами вопросов темы:

2.1. Чему равен наименьший биномиальный коэффициент?
А. 0
Б. 1
В. 2
Г. 3

2.2. Чему равна сумма первого и последнего биномиальных коэффициентов?
А. 0
Б. 1
В. 2
Г. 4

2.3. Чему равен биномиальный коэффициент $C(2,n)$?
А. n
Б. n^2
В. $n(n-1)/2$
Г. $n(n-1)$

2.4. Чему равна сумма всех биномиальных коэффициентов $C(0,n)$ +…+$C(n,n)$?
А. n
Б. n^2
В. n^4
Г. 2^n

2.5. Чему равно число всех подмножеств в n-элементном множестве (включая пустое множество и само множество)?
А. n^2
Б. 2^n
В. $n!$
Г. 4^n

2.6. Чему равна сумма $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}$?
А. 0
Б. 2^{n-1}
В. 1
Г. 4^n

2.7. Чему равен полиномиальный коэффициент $C(1,1,1;\,3)$?
А. 1
Б. 3
В. 6
Г. 9

2.8. Сколькими способами можно разбить число 3 в сумму трех целых неотрицательных слагаемых (порядок слагаемых учитывается)?
А. 3
Б. 6
В. 9
Г. 12

2.9. Чему равна сумма $\sum_{k=0}^{n} 2^k\binom{n}{k}$?
А. 2^n
Б. 3^n
В. $n!$
Г. n^3

2.10. Чему равна сумма всех полиномиальных коэффициентов в разложении выражения $(x_1+x_2+\ldots+x_k)^n$?
А. k^n
Б. n^k
В. $n!$
Г. 2^n

Раздел 3. Анализ структурной информации

Тема 3.1. Основные понятия теории графов
1. Представление графов и их свойства
2. Основные свойства графов

Вопросы и задания для самостоятельной работы:

1.1. Что такое изоморфизм графов?
1.2. Могут ли быть разные матрицы смежностей у изоморфных графов?
1.3. Как определяется дополнение графа?
1.4. Как строится реберный граф?
1.5. Могут ли все вершины графа иметь разные степени?
1.6. Что такое матрица смежности графа?
1.7. Чему равна сумма всех степеней вершин графа?
1.8. Что такое радиус и диаметр графа?
1.9. Как определяется порожденный подграф графа?
1.10. Какие графы называются связными?
1.11. Как определяются компоненты связности графа?

2. Тестовые задания для самостоятельного контроля уровня подготовки студентами вопросов темы:

2.1. Максимальное число ребер в простом связном n-вершинном графе равно
А. $2n - 2$
Б. $n(n - 1)/2$
В. $n(n - 1)$
Г. $n^3/3$

2.2. Каково наименьшее число ребер, которые нужно удалить из полного n-вершинного графа для того, чтобы получить несвязный граф?
А. 1
Б. $n - 1$
В. $n/2$
Г. $n - 2$

2.3. Чему равна вершинная связность простого цикла на 13 вершинах
А. 1
Б. 2
В. 3
Г. 12

2.4. Какое максимальное число компонент связности может образоваться после удалении одной вершины в n-вершинном связном графе?
А. $n - 1$
Б. n
В. $n/2$
Г. $n - 2$

2.5. Реберный граф простой цепи изоморфен
А. простой цепи

Б. полному графу
В. простому циклу
Г. полному двудольному графу

2.6. Сколько вершин содержит центр простого цикла на 14 вершинах
А. 1
Б. 2
В. 13
Г. 14

2.7. Чему равна сумма числа ребер n-вершинного графа и числа ребер его дополнения?
А. n
Б. $n(n-1)/2$
В. $n(n-1)$
Г. n^2

2.8. Сколько ребер содержит остов графа?
А. $n-2$
Б. $n-1$
В. n
Г. $n+1$

2.9. В каких графах число вершин всегда равно числу ребер?
А. в планарных графах
Б. в простых циклах
В. в простых цепях
Г. в реберных графах

2.10. Какой наибольший порожденный простой цикл содержится в полном n-вершинном графе?
А. C_3
Б. C_4
В. C_{n-1}
Г. C_n

Тема 3.2. Деревья и обходы графов
1. Деревья графов и их свойства
2. Эйлеровы и гамильтоновы циклы

Вопросы и задания для самостоятельной работы:
1.1. Как определяются лес и дерево?
1.2. Какой величины может быть центр дерева?
1.3. Чему равно цикломатическое число графа?
1.4. Что такое остов (каркас) графа?

1.5.Чем отличаются алгоритмы Прима и Краскала нахождения остова наименьшего веса во взвешенном графе?
1.6. Как вычисляется код Прюфера для деревьев?
1.7. Какой граф называется эйлеровым?
1.8. Сформулируйте критерий эйлеровости графа.
1.9. Какой граф называется гамильтоновым?
1.10. Сформулируйте достаточные условия гамильтоновости графа.

2. Тестовые задания для самостоятельного контроля уровня подготовки студентами вопросов темы:

2.1. Чему равна сумма степеней вершин простого графа с m ребрами?
А. $m - 1$
Б. m
В. $2m$
Г. $2m - 2$

2.2. Когда дополнение связного двудольного графа будет несвязным?
А. никогда
Б. при четном числе вершин графа
В. при нечетном числе вершин графа
Г. всегда

2.3. Число ребер в n-вершинном дереве равно
А. $n - 1$
Б. $2n - 2$
В. $n(n - 1)/2$
Г. n^2

2.4. Сколько точек сочленения имеет n-вершинное дерево с r висячими вершинами?
А. r
Б. $n - r$
В. $n - 1$
С. n

2.5. Сколько мостов имеет дерево с m ребрами?
А. $m/2$
Б. $m - 2$
В. $m - 1$
Г. m

2.6. Сколько ребер содержит эйлеров цикл в m-реберном графе?
А. m
Б. $m - 1$

В. $m - 2$
Г. $m + 1$

2.8. Сколько ребер содержит гамильтонов цикл в n-вершинном графе?
А. $n - 2$
Б. $n - 1$
В. n
Г. $n + 1$

2.9. Эйлеров цикл обязательно проходит в точности по одному разу через
А. все вершины графа
Б. все ребра графа
В. все вершины и все ребра графа
Г. половину вершин графа

2.10. Сколько ребер содержит n-вершинный лес, состоящий из двух деревьев
А. $n - 3$
Б. $n - 2$
В. $n - 1$
Г. n

Тема 3.3. Плоские графы и раскраска графов
1. Плоские графы и их свойства
2. Вершинная и реберная раскраска графов

Вопросы и задания для самостоятельной работы:
1.1. Как определяются плоский и планарный графы?
1.2. Что такое грань плоского графа?
1.3. Опишите стереографическую проекцию плоского графа.
1.4. Сформулируйте формулу Эйлера для полиэдров.
1.5. Сформулируйте критерий планарности графа.
1.6. Как определяется двойственный граф к плоскому графу?
1.7. Как формулируются задачи раскраски вершин, ребер и граней?
1.8. Что такое вершинное хроматическое число графа?
1.9. Сформулируйте теорему Брукса о верхней оценке вершинного хроматического числа графа.
1.10. Что такое реберное хроматическое число графа?
1.11. Сформулируйте теорему Визинга об оценках реберного хроматического числа графа.

2. Тестовые задания для самостоятельного контроля уровня подготовки студентами вопросов темы:

2.1. Какой из указанных графов является планарным:
А. K_5

Б. $K_{3,3}$
В. $K_{2,3}$
Г. K_6

2.2. Реберный граф какого графа не будет планарным:
А. звезда с 6 вершинами
Б. простой цикл с 8 вершинами
В. простая цепь с 7 вершинами
Г. полный граф с 3 вершинами

2.3. Для какого графа его двойственный граф будет мультиребром?
А. для простой цепи
Б. для простого цикла
В. для звезды
Г. для колеса

2.4. Граф, нарисованный на сфере без пересечений ребер, называется
А. гладким
Б. плоским
В. гомеоморфным
Г. двойственным

2.5. Двойственный граф содержит петлю, если в исходном плоском графе:
А. есть пара несмежных граней
Б. есть пара граней, имеющие границу из более чем одного ребра
В. все внутренние грани смежны с бесконечной гранью
Г. есть мост

2.6. Двойственный граф содержит мультиребро, если в исходном плоском графе:
А. все внутренние грани смежны с бесконечной гранью
Б. есть пара несмежных граней
В. существует мост
Г. есть пара граней, имеющие границу из более чем одного ребра

2.7. Чему равно число вершин двойственного графа:
А. числу ребер исходного плоского графа
Б. числу вершин исходного плоского графа
В. числу граней исходного плоского графа
Г. сумме числа вершин и ребер исходного плоского графа

2.8. Чему равно вершинное хроматическое число простого цикла на 12 вершинах:
А. 2
Б. 3
В. 4

Г. 11

2.9. Чему равно наименьшее реберное хроматическое число для графов с максимальной степенью вершин Δ:
А. $\Delta - 1$
Б. Δ
В. $\Delta + 1$
Г. $\Delta + 2$

2.10. Вершинное хроматическое число графа с максимальной степенью вершин Δ не может быть больше (исключая полные графы и простые циклы):
А. $\Delta - 3$
Б. $\Delta - 2$
В. $\Delta - 1$
Г. Δ

Раздел 4. Обработка информации

Тема 4.1. Измерение информации
1. Дискретная вероятность и источники сообщений
2. Энтропия и ее свойства

Вопросы и задания для самостоятельной работы:
1.1. Как определяется дискретное вероятностное пространство?
1.2. Что такое дискретный вероятностный ансамбль сообщений?
1.3. Что такое стационарный источник сообщений без памяти?
1.4. Как определяются случайные величины?
1.5. Что такое математическое ожидание случайной величины?
1.6. Как определяется собственная информация сообщения?
1.7. Какие свойства у собственной информации сообщений?
1.8. Что такое энтропия вероятностного ансамбля сообщений?
1.9. Сформулируйте свойства энтропии.
1.10. При каком условии энтропия достигает наибольшего значения?

2. Тестовые задания для самостоятельного контроля уровня подготовки студентами вопросов темы:

2.1. Чему равна собственная информация двоичного ансамбля с одинаковыми вероятностями сообщений
А. 1 бит
Б. 2 бита
В. 4 бита
Г. 8 бит

2.2. Энтропия вероятностного ансамбля есть

А. математическое ожидание вероятности сообщений
Б. среднее арифметическое собственной информации сообщений
В. математическое ожидание собственной информации сообщений
Г. среднее арифметическое вероятностей информации сообщений

2.3.Чему равно максимальное значение энтропии для ансамбля из 8 сообщений
А. 2
Б. 3
В. 4
Г. 8

2.4. Когда энтропия ансамбля сообщений является отрицательной?
А. никогда
Б. если все вероятности сообщений одинаковы
В. если все вероятности сообщений различны
Г. всегда

2.5.Чему равна энтропия ансамбля из n сообщений, в котором есть сообщение, которое источник выбирает с вероятностью 1?
А. 0
Б. 1
В. 2
Г. $\log_2 n$

2.6. Когда энтропия принимает максимальное значение?
А. если есть сообщение с вероятностью 1
Б. если все вероятности сообщений одинаковы
В. если все вероятности сообщений различны
Г. если есть сообщение с вероятностью 0

2.7. Когда энтропия произведения двух ансамблей равна сумме их энтропий?
А. всегда
Б. если исходные ансамбли статистически независимы
В. никогда
Г. если исходные ансамбли имели одинаковое распределение вероятностей

2.8. Когда энтропия принимает минимальное значение?
А. если есть сообщение с вероятностью 1
Б. если все вероятности сообщений одинаковы
В. если все вероятности сообщений различны
Г. если есть сообщение с вероятностью 0

2.9. Собственная информация сообщения определяется через функцию
А. $\sin x$
Б. $\cos x$

В. $\log x$
Г. e^x

2.10. Чему равна энтропия ансамбля из двух сообщений с распределением вероятностей 1/2 и 1/2?
А. 0
Б. 1
В. 2
Г. 4

Тема 4.2. Элементы теории кодирования
1. Свойства кодов
2. Построение кодов

Вопросы и задания для самостоятельной работы:
1.1. Что называется кодом?
1.2. Как происходит кодирование сообщений?
1.3. Какое кодирование называется равномерным?
1.4. Какое кодирование называется неравномерным?
1.5. Сформулируйте неравенство Крафта.
1.6. Какие коды называются оптимальными?
1.7. В чем состоит метод кодирования Фано–Шеннона?
1.8. При каком условии код Фано является оптимальным?
1.8. Обоснуйте оптимальность кода Хаффмена.
1.10. Изложите метод построения кода Хаффмена.

2. Тестовые задания для самостоятельного контроля уровня подготовки студентами вопросов темы:

2.1. Код будет однозначно декодируемым, если в коде
А. нет совпадающих кодовых слов
Б. ни одно кодовое слово не является концом другого кода
В. ни одно кодовое слово не является началом другого кода
Г. все кодовые слова имеют разную длину

2.2. Какое максимальное число кодовых слов может быть в равномерном двоичном коде длины n?
А. $n!$
Б. n^n
В. n^2
Г. 2^n

2.3. Какова длина оптимального кода при равномерном кодировании 8 сообщений?
А. 2

Б. 3
В. 4
Г. 5

2.4. Код называется равномерным, если
А. вероятности всех сообщений одинаковы
Б. все кодовые слова имеют одинаковую длину
В. вероятности всех сообщений различны
Г. не все кодовые слова имеют одинаковую длину

2.5. Какая степень неконцевых вершин будет в кодовом дереве полного D-ичного кода?
А. $D - 1$
Б. $D/2$
В. D
Г. D^2

2.6. Код называется неравномерным, если
А. вероятности всех сообщений одинаковы
Б. все кодовые слова имеют одинаковую длину
В. вероятности всех сообщений различны
Г. не все кодовые слова имеют одинаковую длину

2.7. Неравномерный код для вероятностного ансамбля сообщений называется оптимальным, если
А. длина всех кодовых слов одинакова
Б. средняя длина кодовых слов минимальна
В. код содержит минимальное число слов
Г. число сообщений является оптимальным

2.8. Неравномерный код называется префиксным, если
А. ни одно слово не является концом другого слова
Б. ни одно слово не является началом другого слова
В. все кодовые слова имеют разную длину
Г. все кодовые слова имеют разную длину

2.9. Какой код из указанных кодов является префиксным?
А. 01, 10, 11, 101
Б. 10, 100, 1000, 10000
В. 11, 101, 001, 000
Г. 0, 10, 01, 11

2.10. Выполнение неравенства Крафта является условием существования префиксного кода:
А. необходимым

Б. достаточным
В. необходимым и достаточным
Г. не применимо к префиксным кодам

1.3. Список библиографических источников для подготовки к лабораторным занятиям по разделам учебной дисциплины

1.3.1. Библиографические источники для подготовки к лабораторным занятиям по Разделу 1. Элементы теории множеств и отношений

1. *Судоплатов, С.В.* Дискретная математика: Учебник / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова; – Новосибирск: НГТУ, М.: ИНФРА-М, 2002.
2. *Новиков, Ф.А.* Дискретная математика для программистов / Ф.А. Новиков; – СПб.: Питер, 2001.

1.3.2. Библиографические источники для подготовки к лабораторным занятиям по Разделу 2. Элементы и методы комбинаторного анализа

1. *Добрынин, А.А.* Дискретная математика и теория кодирования: учебно-методический комплекс /А.А. Добрынин; Новосибирск: НГУЭУ, 2007–108 с.
2. *Судоплатов, С.В.* Дискретная математика: Учебник / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова; – Новосибирск: НГТУ, М.: ИНФРА-М, 2002.
3. *Новиков, Ф.А.* Дискретная математика для программистов / Ф.А. Новиков; – СПб.: Питер, 2001.

1.3.3. Библиографические источники для подготовки к лабораторным занятиям по Разделу 3. Анализ структурной информации

1. *Дистель, Р.* Теория графов / Р. Дистель; – Новосибирск: изд-во Ин-та математики СО РАН, 2002. – 335 с.
2. *Харари, Ф.* Теория графов / Ф. Харари; – М.: КомКнига, 2006. – 300 с.
3. *Добрынин, А.А.* Дискретная математика и теория кодирования: учебно-методический комплекс /А.А. Добрынин; Новосибирск: НГУЭУ, 2007–108 с.
4. *Судоплатов, С.В.* Дискретная математика: Учебник / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова; – Новосибирск: НГТУ, М.: ИНФРА-М, 2002.
5. *Новиков, Ф.А.* Дискретная математика для программистов / Ф.А. Новиков; – СПб.: Питер, 2001.

1.3.4. Библиографические источники для подготовки к лабораторным занятиям по Разделу 4. Обработка информации

1. *Добрынин, А.А.* Дискретная математика и теория кодирования: учебно-методический комплекс /А.А. Добрынин; Новосибирск: НГУЭУ, 2007–108 с.
2. *Новиков, Ф.А.* Дискретная математика для программистов / Ф.А. Новиков; – СПб.: Питер, 2001.

РАЗДЕЛ 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАПЛАНИРОВАННЫХ ВИДОВ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Согласно Рабочему учебному плану подготовки студентов очной формы обучения по направлению 010300.62 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профилю «Инженерия программного обеспечения» организация самостоятельной работы студентов заключается в подготовке к лабораторным занятиям, выполнению одной расчетно-графической работы, охватывающей все темы.

2.1. Методические указания по выполнению расчетно-графической работы «Дискретная математика»

2.1.1. Задания для выполнения расчетно-графической работы

Целью расчетно-графической работы является освоение основных методов дискретной математики в области теории множеств, теории графов, комбинаторики, методов кодирования информации. В процессе выполнения расчетно-графической работы студенты должны приобрести практические навыки для решения различных задач дискретной математики.

Расчетно-графическая работа по дисциплине «Дискретная математика» состоит из четырех заданий, описывающих такие разделы курса, как теория множеств, теория графов, комбинаторика, основы теории кодирования.

Задание 1. Решить практические задачи по следующим направлениям теории множеств: основные свойства множеств, метод математической индукции, отношения и функции.

Задание 2. Решить практические задачи по следующим направлениям анализа структурной информации: конструктивное перечисление и представление графов, анализ структурных и метрических характеристик графов, раскраска и свойства плоских графов.

Задание 3. Решить практические задачи по следующим направлениям комбинаторного анализа: основные комбинаторные конструкции, основные комбинаторные формулы и их применение.

Задание 4. Решить практические задачи по следующим направлениям обработки информации: информация и свойства кодов, методы эффективного кодирования информации.

2.1.2. Порядок выбора варианта расчетно-графической работы

Номер варианта расчетно-графической работы определяется преподавателем.

Варианты расчетно-графических работ на текущий учебный год представлены в Приложении 1.

2.1.3. Указания на сроки выполнения и защиты расчетно-графической работы

Расчетно-графическая работа сдается на кафедру в печатном виде, а затем передается преподавателю на проверку. В случае отметки «к защите» работа защищается студентом в назначенное преподавателем время. В случае отметки «на доработку» студент устраняет недостатки и повторно сдает исправленную работу на кафедру. После защиты расчетно-графической работы студент допускается к сдаче зачета по дисциплине «Дискретная математика».

2.1.4. Требования к структуре и содержанию расчетно-графических работ

Введение. Описывается цель расчетно-графической работы и дается краткое изложение теоретических основ решаемых заданий.

Основная часть. Выполняются задания расчетно-графической работы.

Библиографический список. В библиографический список включаются названия учебников, пособий, журналов, электронные документы и т.д., которые использовались при выполнении расчетно-графической работы.

Библиографический список оформляется согласно ГОСТ 7.1 – 2003. «Библиографическая запись. Библиографическое описание».

2.1.5. Критерии оценки расчетно-графической работы

При защите расчетно-графической работы студент должен уметь объяснить методы и подходы, используемые при решении практических заданий и ответить на дополнительные вопросы преподавателя, касающиеся рассматриваемых тем.

Студент, защитивший все задания расчетно-графической работы, допускается к зачету. Студент, получивший оценку «не зачтено», должен исправить указанные преподавателем ошибки и сдать расчетно-графическую работу на повторную проверку. Студент, не выполнивший расчетно-графическую работу, к зачету не допускается.

2.1.6. Требования к форме представления результатов, оформлению титульного листа и текста расчетно-графической работы

Результаты (задания) расчетно-графической работы оформляются средствами пакета MS Office либо средствами любого графического пакета, которым владеет студент.

Титульный лист оформляют в соответствии с образцом, приведенном в Приложении 2. Титульный лист подписывает автор и руководитель расчетно-графической работы. Фамилии лиц, подписывающих работу, приводятся справа от соответствующих подписей. Перед фамилией руководителя указывают ученое звание и инициалы подписавшего работу.

Расчетно-графическая работа выполняется с применением компьютерных печатающих устройств при использовании текстового редактора Microsoft Office Word.

Работа выполняется на белой бумаге на одной стороне листа А4 (210×297 мм) через 1,5 интервала, шрифтом Times New Roman, 14 пт., форматирование текста по ширине, заголовков — по центру; страница должна иметь поля: левое – 2,5 см, правое – 1,5 см, верхнее – 2 см, нижнее – 2 см. Абзацный отступ –1,25 см.

Страницы расчетно-графической работы нумеруются арабскими цифрами в правом нижнем углу. На титульном листе и оглавлении цифры не проставляются, хотя они включаются в общую нумерацию страниц.

К оформлению оглавления предъявляются следующие требования: введение и библиографический список не нумеруются.

Не рекомендуется при оформлении текста работы применять несколько различных способов выделения. Следует ограничиться двумя, как правило, это полужирный шрифт и курсив.

Формулы, содержащиеся в расчетно-графической работе, располагают на отдельных строках, выравнивают по центру и нумеруют сквозной нумерацией арабскими цифрами, которые записывают на уровне формулы справа в круглых скобках. Непосредственно под формулой приводится расшифровка символов и числовых коэффициентов, если они не были пояснены в тексте. В этом случае сразу после формулы (до ее номера) ставится запятая, а первая строка расшифровки (выравнивание по левому краю) начинается словом «где» без двоеточия после него.

Иллюстрации по тексту расчетно-графической работы (рисунки, графики, диаграммы и др.) следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией или нумерацией в пределах главы. Иллюстрации должны быть с подрисуночным текстом. Надписи на иллюстрациях, наименования и подрисуночный текст выполняются шрифтом 12 пт и выравниваются по центру. После наименования рисунка точка не ставится. Перенос части иллюстрации на другую страницу не допускается. Ссылки на иллюстрации в тексте обязательны, они должны связывать иллюстрацию с текстом, при этом должно присутствовать указание на номер (их пишут сокращенно, например: рис. 3). Размещение в тексте иллюстрации не освобождает автора от обязанности пояснить ее содержание.

Таблицы нумеруются арабскими цифрами сквозной нумерацией в пределах всего текста. Слово «Таблица» и порядковый номер помещают над названием таблицы в правом верхнем углу. Если таблица не помещается на одной странице, ее можно продолжить или закончить наследующей, сделав соответствующую надпись – «Продолжение табл.» или «Окончание табл.» (с указанием номера таблицы). Номер таблицы, название и все заполнение выполняется шрифтом 12 пт, интервал между строк минимальный. Ссылки по тексту на таблицы обязательны, их следует приводить в сокращенном виде, например: табл. 4.5. Допускается помещать таблицу вдоль длинной стороны листа (альбомный вариант).

РАЗДЕЛ 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Видом промежуточной аттестации студентов, обучающихся по направлению 0010300.62 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профилю «Инженерия программного обеспечения» является экзамен в третьем семестре.

3.1. Список вопросов для подготовки к экзамену

1. Множества и операции над ними.
2. Отношения. Функции.
3. Последовательности. Принцип математической индукции.
4. Бинарные отношения. Матрица бинарного отношения.
5. Отношение эквивалентности и разбиения. Фактор-множество.
6. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества.
7. Счетные множества. Несчетные множества.
8. Размещения, сочетания, перестановки.
9. Число отображений конечных множеств.
10. Числа Стирлинга.
11. Формула включений и исключений.
12. Число всех беспорядков на конечном множестве.
13. Биномиальная формула
14. Полиномиальная формула.
15. Типы графов. Подграфы. Операции над графами.
16. Матрицы, связанные с графами. Изоморфизм графов.
17. Степенная последовательность графа. Лемма о рукопожатиях. Критерий графичности степенной последовательности.
18. Критерий двудольности графа.
19. Реберный граф и его свойства.
20. Деревья. Характеризация дерева. Центр дерева.
21. Код Прюфера деревьев.
22. Остов графа. Остов наименьшего веса. Алгоритмы Прима и Краскала.
23. Вершинная и реберная связность графа, k-связность. Теорема Менгера.
24. Планарные графы. Формула Эйлера для полиэдров.
25. Число ребер в планарном графе. Планарность графов K_5 и $K_{3,3}$.
26. Критерий планарности Понтрягина–Куратовского.
27. Двойственный граф плоского графа.
28. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Алгоритм Флери.
29. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости графа.
30. Раскраска графов. Хроматическое число. Бихроматические графы.
31. Алгоритм последовательной раскраски.
32. Оценки вершинного хроматического числа. Теорема Брукса.
33. Реберное хроматическое число. Теорема Визинга.
34. Раскраска плоских графов. Бихроматичность плоского графа.
35. Раскраска карт. Бихроматичность карт.
36. Гипотеза 4-х красок. Теорема Хивуда о 5–раскраске.

37. Собственная информация сообщений и ее свойства.
38. Энтропия и ее свойства.
39. Неравномерные коды. Кодовые деревья.
40. Построение кодов методом Шеннона–Фано.
41. Достаточное условие однозначной декодируемости кода.
42. Кодовые деревья. Префиксные коды.
43. Неравенство Крафта.
44. Оптимальные префиксные коды. Код Хаффмена.

3.2. Общие положения проведения зачета

К экзамену допускаются студенты, выполнившие в полном объеме график учебного процесса по дисциплине «Дискретная математика»: задания лабораторных работ, защитившие расчетно-графическую работу, прошедшие тестирование по темам дисциплины согласно Рабочей программе.

Экзаменационная оценка является итоговой по дисциплине и проставляется в приложение к диплому (выписке из зачетной книжки).

Приложение 1

ВАРИАНТЫ

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ «МЕТОДЫ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ»

Вариант 1

1. Доказать справедливость тождеств и включений.

$A\backslash(B\cup C) = (A\backslash B)\cap(A\backslash C)$; $A\cup B\subset C \Leftrightarrow A\subset C$ и $B\subset C$; $A\backslash B = A\oplus(A\cap B)$

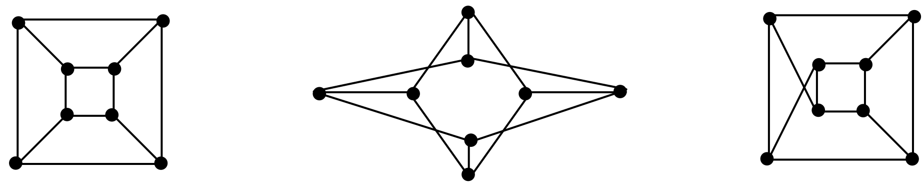
2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P\circ P$, $P^{-1}\circ P$, $P\circ P^{-1}$ для отношений:

$P=\{(x,y)|x,y\in N$ и x делит $y\}$; $P=\{(x,y)|x,y\in R$ и $x+y\leq 0\}$

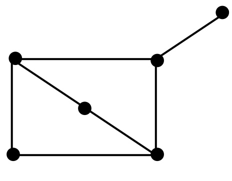
3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: рефлексивное, не симметричное, не антисимметричное, не транзитивное бинарное отношение.

4. Построить все неизоморфные простые связные графы с 5 вершинами, имеющие не более одного цикла.

5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.



6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.



7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:

(5, 5, 3, 3, 3, 3), (4, 4, 1, 1, 1, 1).

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для a = 15, b = 18.

9. Найти число векторов $(x_1,\ldots,x_n)$, координаты которых выбираются из множеств:

а) $x_i \in \{0,1,2,\ldots, k-1\}$; б) $x_i\in\{0,1,2,\ldots, k_i-1\}$; с) $x_i \in \{0, 1\}$ и $x_1 + x_2+ \ldots + x_n = r$.

10. Найти n, если в разложении $(x+1)^n$ коэффициенты при x^5 и x^{12} равны.

11. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел: 6, 9, 17.

12. Найти решение рекуррентного соотношения
$a_{n+2}+2a_{n+1}+a_n=0$, $a_0=1$, $a_1=3$.

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанными распределениями вероятностей: P = (1/4; 1/4; 1/8; 1/8; 1/8; 1/16; 1/16). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей: P = (0.4; 0.2; 0.1; 0.05; 0.05; 0.05; 0.05; 0.05; 0.05).

Вариант 2

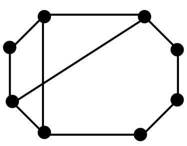
1. Доказать справедливость тождеств и включений.
$A\setminus(B\cap C) = (A\setminus B)\cup(A\setminus C)$; $A\subset B\cup C \Leftrightarrow A\cap \overline{B} \subset C$; $A\cup B = (A\oplus B)\cup(A\cap B)$

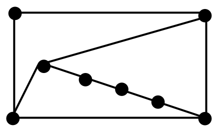
2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P\circ P$, $P^{-1}\circ P$, $P\circ P^{-1}$ для отношений:
$P=\{(x,y)|x,y\in[-\pi/2, \pi/2]$ и $y\geq \sin x\}$; $P=\{(x,y)|x,y\in R$ и $xy<-5\}$

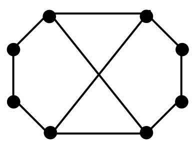
3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: рефлексивное, симметричное, антисимметричное, не транзитивное бинарное отношение.

4. Построить все неизоморфные простые связные графы с 6 вершинами, в которых содержится единственный цикл и длина этого цикла равна 3.

5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.







6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.

7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:
(3, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2), (5, 4, 3, 2, 1,1).

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили

ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для a = 17, b = 23.

9. Каково число всех различных матриц из n строк и m столбцов с элементами из множества {0, 1}?

10. Найти константу в разложении $(x^2 + \frac{1}{x})^{12}$.

11. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел: 3, 10, 12.

12. Найти решение рекуррентного соотношения.
$a_{n+2} + 3a_n = 0$, $a_0 = 2$, $a_1 = 3$.

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанным распределением вероятностей: P = (0.18; 0.18; 0.11; 0.11; 0.11; 0.11; 0.05; 0.05; 0.05; 0.05). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей: P = (0.3; 0.3; 0.2; 0.04; 0.03; 0.03; 0.03; 0.03; 0.03; 0.01).

Вариант 3

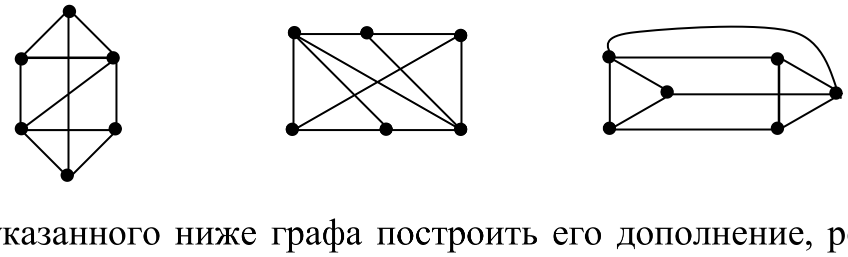
1. Доказать справедливость тождеств и включений.
$A\cap(B\setminus C) = (A\cap B)\setminus(A\cap C) = (A\cap B)\setminus C$; $A\subset B \Rightarrow C\setminus B \subset C\setminus A$; $A\cup B = A\oplus B\oplus (A\cap B)$

2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P \circ P$, $P^{-1} \circ P$, $P \circ P^{-1}$ для отношений:
$P=\{(x,y)|x,y\in R \text{ и } x+y>0\}$; $P=\{(x,y)|x,y\in R \text{ и } x^2<y\}$

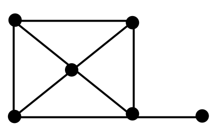
3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: не рефлексивное, не симметричное, антисимметричное, не транзитивное бинарное отношение.

4. Построить все неизоморфные простые графы (в том числе несвязные), в которых содержатся только два цикла и один мост (длина циклов равна 3).

5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.



6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.



7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:
(4, 3, 3, 2, 2, 2), (4, 4, 4, 3, 2, 1).

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для a = 22, b = 28.

9. Каково число всех различных матриц из n строк m столбцов с элементами из множества {0, 1}, причем строки матрицы попарно различны?

10. Найти коэффициент при $x^4y^4z^5$ в разложении $(xy+yz+z)^9$.

11. Найти решение рекуррентного соотношения.
$a_{n+2}-4a_{n+1}+3a_n=0$, $a_0=2$, $a_1=3$.

12. Вычислить
$$\binom{n}{0}+\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\binom{n}{6}+\ldots$$

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанным распределениями вероятностей: P = (0.2; 0.2; 0.11; 0.11; 0.11; 0.11; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей: P = (0.4; 0.3; 0.08; 0.06; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04).

Вариант 4

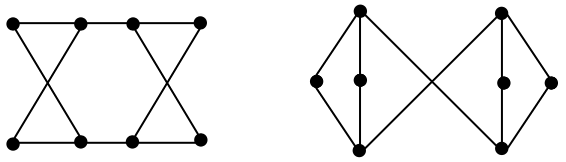
1. Доказать справедливость тождеств и включений.
(A\B)\C = (A\C)\(B\C); $A\subset B \Rightarrow \overline{B}\subset\overline{A}$; $A\oplus(A\oplus B)=B$

2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P\circ P$, $P^{-1}\circ P$, $P\circ P^{-1}$ для отношений:
$P=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}$ и $x+y>2\}$; $P=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}$ и $xy\le-5\}$

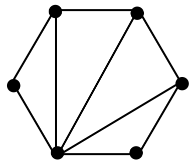
3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: рефлексивное, не симметричное, антисимметричное, транзитивное бинарное отношение.

4. Построить все неизоморфные деревья с 7 вершинами.

5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.



6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.



7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:
(5, 2, 2, 2, 2, 1), (4, 4, 4, 4, 3, 3).

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для $a = 26$, $b = 33$.

9. Сколько имеется четырехзначных чисел, у которых каждая цифра является нечетной?

10. Найти константу в разложении $(x + \frac{1}{x^2})^{11}$.

11. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел: 3, 6, 15.

12. Найти решение рекуррентного соотношения.
$a_{n+2} - 3a_{n+1} - a_n = 0$, $a_0 = 1$, $a_1 = 2$.

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанным распределением вероятностей: P = (0.24; 0.24; 0.1; 0.1; 0.1; 0.1; 0.03; 0.03; 0.03; 0.03). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей:
P = (0.3; 0.2; 0.1; 0.1; 0.06; 0.06; 0.06; 0.06; 0.06).

Вариант 5

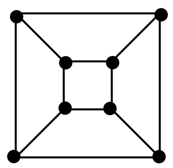
1. Доказать справедливость тождеств и включений.
$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$; $A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$; $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$

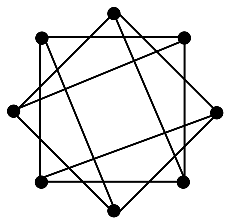
2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P \circ P$, $P^{-1} \circ P$, $P \circ P^{-1}$ для отношений:
$P=\{(x,y) | x,y \in \mathbf{R}$ и $3x \geq 5y\}$; $P=\{(x,y) | x,y \in \mathbf{R}$ и $xy \leq 20\}$

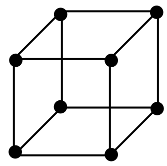
3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: рефлексивное, симметричное, антисимметричное, транзитивное бинарное отношение.

4. Построить все неизоморфные простые связные графы с 7 вершинами, в которых содержится единственный цикл (длина цикла равна 4).

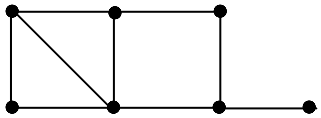
5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.







6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.



7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:
(5, 5, 4, 2, 2, 2), (5, 5, 3, 3, 2, 2).

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для a = 33, b = 37.

9. Каково число всех различных матриц из n строк и m столбцов с элементами из множества $\{0, 1, -1\}$?

10. Найти коэффициент при x^7 в разложении $(x+\frac{1}{x^2}-1)^{13}$.

11. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел: 6, 8, 20.

12. Найти решение рекуррентного соотношения.
$a_{n+2}-4a_{n+1}+3a_n=0$, $a_1=10$, $a_2=16$.

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанным распределением вероятностей: P = (0.2; 0.2; 0.1; 0.1; 0.1; 0.1; 0.05; 0.05; 0.05; 0.05). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей:
P = (0.3; 0.3; 0.2; 0.04; 0.03; 0.03; 0.03; 0.03; 0.03; 0.01).

Вариант 6

1. Доказать справедливость тождеств и включений.
$(A\cap B)\cup(A\cap \overline{B}) = A$; $A\subset B\cap C \Leftrightarrow A\subset B$ и $A\subset C$; $A\oplus B=\varnothing \Leftrightarrow A=B$

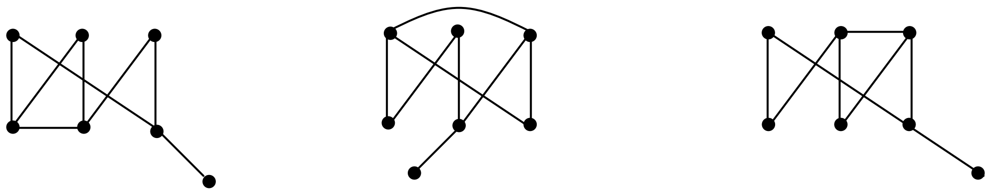
2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P\circ P$, $P^{-1}\circ P$, $P\circ P^{-1}$ для отношений:
$P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $2x\le 3y\}$; $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x^2>y+2\}$

3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: не рефлексивное, симметричное, не антисимметричное, транзитивное бинарное отношение.

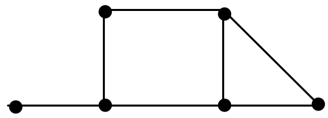
4. Построить все неизоморфные деревья с 7 вершинами, имеющие диаметр 4.

5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не

изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.



6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.



7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:
(4, 2, 2, 2, 1, 1), (5, 4, 4, 4, 3, 2).

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для a = 35, b = 40.

9. Сколько имеется четырехзначных чисел, у которых все цифры являются различными?

10. Найти константу в разложении $(x^2+\frac{1}{x}-x)^{10}$.

11. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел: 6, 9, 13.

12. Найти решение рекуррентного соотношения.
$a_{n+2}-a_n=0$, $a_1=2$, $a_2=0$.

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанным распределением вероятностей: P = (0.3; 0.3; 0.08; 0.08; 0.08; 0.08; 0.02; 0.02; 0.02; 0.02). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей:
P = (0.3; 0.3; 0.2; 0.05; 0.05; 0.05; 0.02; 0.02; 0.01).

Вариант 7

1. Доказать справедливость тождеств и включений.
$(A\cup B)\cap(A\cup\overline{B}) = A$; $A=\overline{B} \Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$ и $A\cup B=\mathbf{U}$; $A\cap B=\varnothing\Rightarrow A\cup B=A\oplus B$

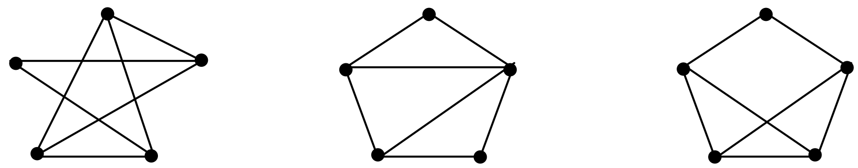
2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P\circ P$, $P^{-1}\circ P$, $P\circ P^{-1}$ для отношений:
$P=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}$ и $x\le 5y+2\}$; $P=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}$ и $x^3>y^2\}$

3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: не рефлексивное, не симметричное,

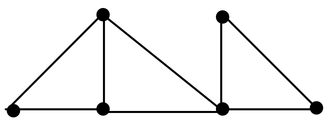
антисимметричное, транзитивное бинарное отношение.

4. Построить все неизоморфные простые несвязные графы с 5 вершинами и 2 компонентами связности.

5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.



6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.



7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:
(5, 3, 2, 2, 1, 1), (4, 4, 4, 3, 3, 2).

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для $a = 42$, $b = 52$.

9. Найти коэффициент при x^4y^5 в разложении $(ax - by + y)^8$.

10. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел: 7, 8, 14.

11. Найти решение рекуррентного соотношения.
$a_{n+2} + 6a_{n+1} + 9a_n = 0$, $a_1 = 6$, $a_2 = 27$.

12. Вычислить
$$\binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \binom{n}{7} + \ldots$$

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанным распределением вероятностей: P = (0.26; 0.26; 0.1; 0.1; 0.1; 0.1; 0.02; 0.02; 0.02; 0.02). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей:
P = (0.2; 0.2; 0.2; 0.08; 0.08; 0.06; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04; 0.02).

Вариант 8

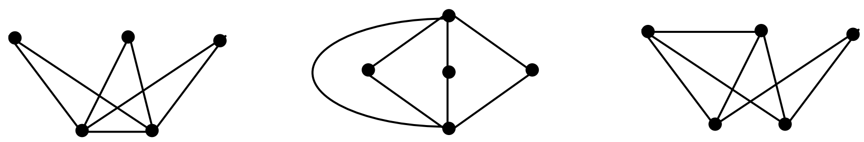
1. Доказать справедливость тождеств и включений.
$A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$; $A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$; $(A \cup B) \cap A = (A \cap B) \cup A = A$

2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P \circ P$, $P^{-1} \circ P$, $P \circ P^{-1}$ для отношений:
P={(x,y)|x,y∈**R** и 3x<5y}; P={(x,y)|x,y∈**R** и xy>–5}

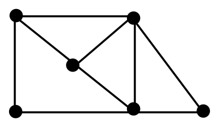
3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: не рефлексивное, симметричное, не антисимметричное, транзитивное бинарное отношение.

4. Построить все неизоморфные леса с 6 вершинами и 2 деревьями.

5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.



6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.



7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:
(5, 5, 5, 2, 2, 2, 1), (5, 5, 2, 2, 2, 1)

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для a = 43, b = 53.

9. Сколько имеется четырехзначных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей?

10. Найти коэффициент при x^{10} в разложении $(x-2x^2-x^3)^6$.

11. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел: 4, 10, 11.

12. Найти решение рекуррентного соотношения.
$a_{n+3} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$, $a_1 = a$, $a_2 = b$, $a_3 = c$.

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанным распределением вероятностей: P = (0.22; 0.22; 0.1; 0.1; 0.1; 0.1; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей:
P = (0.3; 0.3; 0.1; 0.1; 0.05; 0.05; 0.02; 0.02; 0.02; 0.02; 0.02).

Вариант 9

1. Доказать справедливость тождеств и включений.

$A\backslash(B\backslash C) = (A\backslash B)\cup(A\cap C)$; $A\subset B\cup C \Leftrightarrow A\cap\overline{B}\subset C$; $A\cup B = A\cup(B\backslash A)$

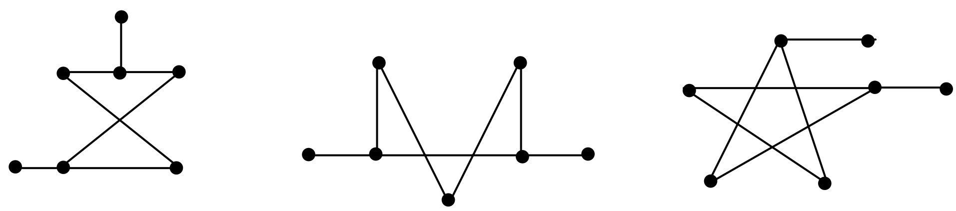
2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P\circ P$, $P^{-1}\circ P$, $P\circ P^{-1}$ для отношений:

$P=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}$ и $x<5y+2\}$; $P=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}$ и $xy>-5\}$

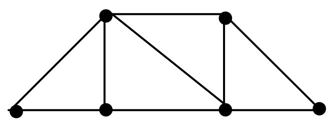
3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: не рефлексивное, симметричное, антисимметричное, транзитивное бинарное отношение.

4. Построить все неизоморфные простые связные графы с 6 вершинами, в которых содержится единственный цикл (длина цикла равна 4).

5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.



6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.



7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:

(4, 2, 1, 1, 1, 1), (5, 4, 4, 3, 3, 1).

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для $a = 48$, $b = 56$.

9. Сколькими способами из 28 костей домино можно выбрать две кости так, чтобы их можно было приложить друг к другу (т. е. чтобы некоторое одинаковое число очков встретилось на обеих костях).

10. Найти коэффициент при x^6 в разложении $(1-x+2x^2)^{10}$.

11. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел: 5, 9, 15.

12. Найти решение рекуррентного соотношения.

$a_{n+3}+10a_{n+2}+32a_{n+1}+32a_n=0$, $a_0=2$, $a_1=3$.

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанным распределением

вероятностей: P = (0.5; 0.2; 0.05; 0.05; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей: P = (0.4; 0.1; 0.1; 0.1; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04; 0.03; 0.03; 0.03; 0.01).

Вариант 10

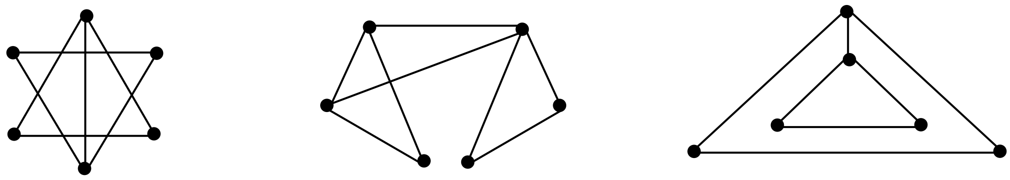
1. Доказать справедливость тождеств и включений.
$(\overline{A}\cup B)\cap A = A\cap B$; $A\subset B \Rightarrow \overline{B}\subset\overline{A}$; $A\setminus(B\cup C) = (A\setminus B)\setminus C$

2. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P\circ P$, $P^{-1}\circ P$, $P\circ P^{-1}$ для отношений:
$P=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}$ и $x\le y\}$; $P=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}$ и $x\ge 5y+2\}$

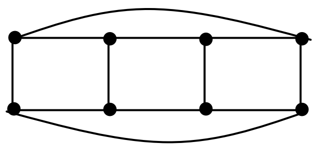
3. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует: не рефлексивное, симметричное, не антисимметричное, не транзитивное бинарное отношение.

4. Построить все неизоморфные простые связные графы с 6 вершинами и обхватом 4.

5. Какие из трех указанных графов являются изоморфными, а какие – не изоморфными? Для изоморфных графов указать соответствие вершин, сохраняющее смежность. Для неизоморфных пояснить причину этого.



6. Для указанного ниже графа построить его дополнение, реберный граф и геометрически двойственный граф.



7. Определить, являются ли данные последовательности графическими. В случае положительного ответа нарисовать соответствующий граф:
(3, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1), (4, 4, 4, 2, 2).

8. Два колеса, степень центральных вершин которых равна a и b, соединили ребром. Найти вершинное хроматическое число полученного графа для a = 52, b = 67.

9. Из n букв, среди которых буква a встречается α раз, буква b встречается β раз, а остальные буквы попарно различны, составляются слова. Сколько среди них будет различных r-буквенных слов, содержащих h раз букву a и k раз букву b?

10. Найти константу в разложении $(2x^2+\frac{1}{x}-1)^{10}$.

11. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не

делящихся ни на одно из чисел: 5, 10, 12.

12. Найти решение рекуррентного соотношения
$a_{n+3} + 3a_{n+2} + 3a_{n+1} + a_n = 0$, $a_0 = 2$, $a_1 = 3$.

13. С помощью метода Шеннона–Фано множества построить двоичный код для вероятностного ансамбля сообщений с указанным распределением вероятностей: *P* = (1/2; 1/4; 1/8; 1/8; 1/16; 1/16; 1/16; 1/16). Подсчитать энтропию ансамбля сообщений и сравнить ее со средней длиной кодовых слов.

14. С помощью метода Хаффмена построить двоичный код с минимальной избыточностью для сообщений со следующим распределением вероятностей:
P = (0.3; 0.2; 0.1; 0.05; 0.05; 0.05; 0.05; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04; 0.04).

Приложение 2

Типовая форма титульного листа расчетно-графической работы

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ЭКОНОМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ «НИНХ»

Институт Прикладной информатики

Кафедра Прикладных информационных технологий

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

«МЕТОДЫ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ»

Учебная дисциплина: Дискретная математика
Наименование направления: 010300.62 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», профилю «Инженерия программного обеспечения»
Ф.И.О студента: ___________________________
Номер группы: ___________________
Номер зачетной книжки: ____________________

Проверил: ______________________________

Оценочное заключение:

Новосибирск 2011