

УДК 368.01

РАСЧЕТ СТРАХОВОГО ТАРИФА НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОГО АКТУАРНОГО БАЗИСА С УЧЕТОМ ДЕЛЕНИЯ РИСКА

Л.К. Бобров

Новосибирский государственный университет
экономики и управления «НИНХ»
E-mail: bobrov@nsuem.ru

О.Ю. Рыжков

Сибирская Межрегиональная Ассоциация Страховщиков
E-mail: ory@ngs.ru

Сформулирован подход к делению риска, инвариантный относительно вида страхования и формы деления риска. Предложен численный алгоритм определения размера страхового тарифа с учетом деления риска по договору страхования на основе обобщенного актуарного базиса. При помощи компьютерного моделирования установлена применимость алгоритма для учета в страховом тарифе таких форм деления риска, как условная и безусловная франшиза, пропорциональное и непропорциональное перестрахование, неполное имущественное страхование.

Ключевые слова: актуарные расчеты, деление риска, франшиза, перестрахование, имитационное моделирование.

CALCULATION OF THE INSURANCE RATE ON THE GENERALIZED ACTUARIAL BASIS WITH RISK DIVISION

L.K. Bobrov

Novosibirsk State University of Economics and Management
E-mail: bobrov@nsuem.ru

O. Yu. Ryzhkov

The Siberian Inter-regional Association of Insurers
E-mail: ory@ngs.ru

The approach to risk division, invariant concerning the insurance type and the form of risk division is formulated. The numerical algorithm of determination of the insurance premium taking into account the risk division under the insurance contract on the generalized actuarial basis is offered. The applicability of the algorithm for accounting in the insurance premium of such forms of risk division as the conditional and unconditional franchise, proportional and disproportionate reinsurance, incomplete property insurance by means of computer simulation is established.

Key words: actuarial calculations, risk division, franchise, reinsurance, simulation modeling.

Подход к делению риска

Под делением риска условимся понимать возмездный договор, в силу которого одна сторона (акцептант) принимает на себя обязательство в случае возникновения у другой стороны (страховщика) обязанности совершить стра-

ховую выплату по конкретному договору страхования возместить часть этой выплаты в размере и на условиях, определенных договором [2].

Деление риска с каким-либо лицом, участвующим в договоре страхования (страхователем, состраховщиком), обычно отдельным договором не оформляется. Вместо этого в договоре страхования предусматриваются условия о франшизе, неполном страховании или о доле состраховщика в страховой выплате. Плата за деление риска при этом, как правило, не указывается, вместо этого страховая премия, причитающаяся страховщику, уменьшается на сумму платы за деление риска – как при зачете встречных однородных требований (статья 410 Гражданского кодекса РФ). Однако деление риска от этого не перестает быть возмездным.

В дальнейшем будем рассматривать договор страхования, основанный на обобщенном актуарном базисе [4]. Заключение договора деления риска изменяет закон распределения убытка при наступлении страхового случая и создает закон распределения убытка акцептанта в соответствии с согласованной сторонами функцией дележа [1, 7]. С другой стороны, возмездность деления риска предполагает возникновение детерминированных расходов страховщика в виде платы за деление риска.

Как показано в [3], для тарификации не имеет значения, к какой из исторически сложившихся форм деления риска (безусловная или условная франшиза, пропорциональное или непропорциональное перестрахование, сострахование, неполное страхование) относится конкретный договор. Имеет значение лишь вид функции дележа.

Как и в [1, 7], будем считать страховой портфель стационарным, т.е. состоящим из неизменного во времени количества договоров.

Следовательно, для моделирования договора деления риска необходимо и достаточно располагать:

- актуарным базисом страхового риска;
- функцией дележа по договору деления риска;
- платой по договору деления риска, которая может быть задана в виде константы или функции от различных переменных.

На сегодняшний день задача учета деления риска рассматривается в литературе в контексте отдельных исторически сложившихся его форм [1, 7, 8]. Для вычисления страховых тарифов с учетом деления риска предлагаются математические модели в аналитической форме, которые, в свою очередь, не являются инвариантными относительно предположений о законе распределения индивидуального убытка, а их применение требует соответствующей аппроксимации эмпирического распределения. При этом даже для кусочно-линейной функции дележа не для всех законов распределения может быть получена функция страхового тарифа в аналитической форме [7].

По нашему мнению, из-за ограничений, налагаемых аналитическими методами, к настоящему времени довольно слабо разработаны механизмы преобразования актуарного базиса в закон распределения убытка акцептанта, вследствие чего плата за деление риска, скажем, в перестраховании на практике чаще определяется экспертным путем. Кроме того, базисы страховщиков и перестраховщиков различаются, в результате чего различаются оценки стоимости перестрахования конкретного застрахованного риска при одних и тех же условиях.

Введение обобщенного актуарного базиса и применение численных методов при его тарификации [4] делает возможным и необходимым применение численных методов для учета деления риска.

Численный алгоритм тарификации с учетом деления риска

Для тарификации с учетом деления риска достаточно модифицировать численный алгоритм тарификации на основе обобщенного актуарного базиса, описанный в [6]. Модификация сводится к учету содержащейся в обобщенном актуарном базисе последовательности договоров деления риска, по каждому из которых определена плата за деление риска (в виде функции от набора переменных, характеризующих договор страхования без учета деления риска) и функция дележа. В результате от случайной величины совокупных убытков и расходов по q -му портфелю $\hat{G}^{(q)}$ мы переходим к величине $\hat{G}^{(q)}$ (точкой сверху будем обозначать величину, определенную с учетом деления риска).

Величина $\hat{G}^{(q)}$ определяется следующим образом. В процессе расчета по алгоритму [8] по каждому договору страхования и каждому договору деления риска определяется сумма платы за деление риска $D_{dj}^{(qr\tau)}$, где d_j обозначает j -й договор деления риска. На нее увеличивается общая сумма расходов по портфелю: $D_{dj}^{(qr\tau)} = D^{(qr\tau)} + \sum_j (D_{d_j}^{(qr\tau)})$. Далее, при генерировании убытка $S^{(qr\tau)}$ по r -му договору из q -го портфеля в τ -м периоде к ней в последовательности, указанной в актуарном базисе, применяются функции дележа по всем договорам деления риска, в результате чего определяются доли акцептантов в страховых выплатах $S_{dj}^{(qr\tau)}$. Вычитанием этих долей определяется собственное удержание страховщика: $S^{(qr\tau)} = S^{(qr\tau)} - \sum_j S_{d_j}^{(qr\tau)}$.

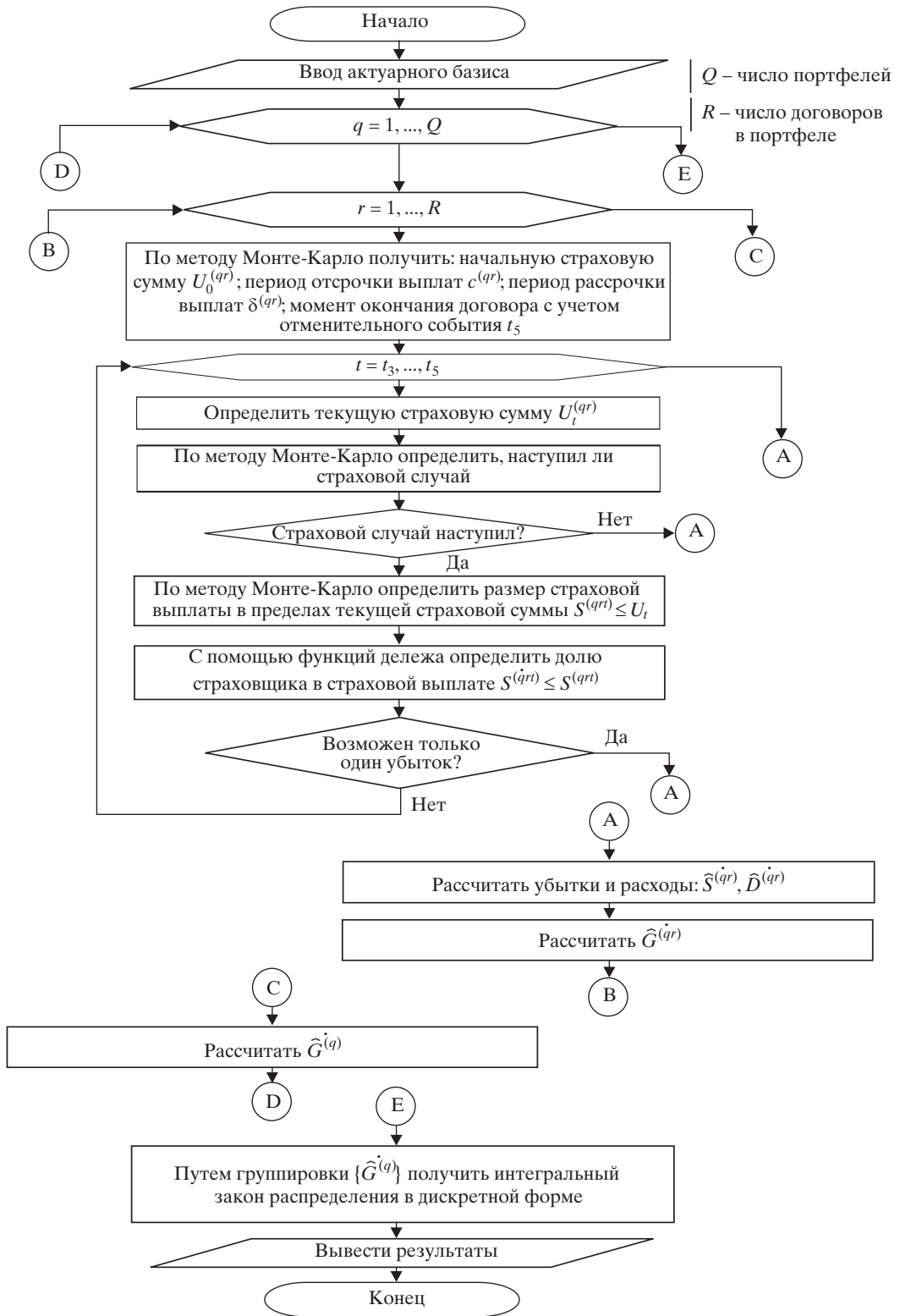
В дальнейшем на основе полученных величин в порядке, предусмотренном алгоритмом [6], рассчитывается $\hat{G}^{(q)} = \hat{S}^{(q)} + \hat{D}^{(q)}$, а на ее основе определяется страховая премия с учетом деления риска:

$$\hat{V} = \hat{G}^{(q)*} \left[P(\hat{G}^{(q)*}) = Y \right].$$

Блок-схема соответствующего алгоритма представлена на рисунке.

Нетрудно заметить, что данный алгоритм в равной степени применим для определения как собственной страховой премии с учетом деления риска, так и платы за деление риска для любого из акцептантов. Для расчета платы за деление риска достаточно взять актуарный базис страховщика и изменить его с учетом условий конкретного акцептанта. Во-первых, в актуарном базисе акцептанта останется часть договоров деления риска. Это те договоры, которые предшествуют договору с данным акцептантом в последовательности, заданной актуарным базисом. Данные договоры оказывают влияние на распределение убытка для акцептанта. Плата за деление риска в этих договорах должна быть принята равной нулю (так как платит не акцептант, а страховщик). Остальные договоры деления риска следует исключить из актуарного базиса.

Во-вторых, описание договора деления риска с данным акцептантом должно содержать инвертированную функцию дележа (поскольку моделируется доля не страховщика, а акцептанта). Плату за деление риска также следует принять равной нулю.



Блок-схема алгоритма расчета страховой премии с учетом деления риска

В-третьих, если акцептант является состраховщиком или перестраховщиком и передает принятый риск в дальнейшее перестрахование (ретроцессию), то последовательность договоров деления риска следует продолжить на соответствующие договоры перестрахования (ретроцессии).

В-четвертых, расходы страховщика должны быть удалены из актуарного базиса и заменены расходами акцептанта.

Таким образом, механизм оценки платы за деление риска инвариантен относительно участников договора деления риска.

С использованием предложенного алгоритма может быть рассчитан необходимый размер платы по каждому договору деления риска. Применение описанного выше алгоритма дает способ оценки эффективности деления риска для страховщика. Очевидно, что для страховщика конкретный договор деления риска будет экономически выгоден, если страховой тариф, определенный с учетом этого договора, не будет превышать тариф, определенный без учета этого договора. То есть, несмотря на плату за деление риска, страховой тариф уменьшится. Такое возможно в случае, когда акцептант обладает возможностью принять соответствующую часть риска на более выгодных условиях, чем доля этого риска в страховой премии. Предлагаемый алгоритм, как и другие известные модели [1, 7, 8], не учитывает влияния имеющихся портфелей страховщика (состраховщика, перестраховщика) на размер страхового тарифа и платы за деление риска, а между тем, как представляется, это влияние достаточно существенно. Страховщику может быть выгоднее передать некоторую часть риска перестраховщику (состраховщику), имеющему более удачный страховой портфель. Учет влияния имеющегося портфеля является одним из направлений развития рассматриваемого подхода. Представляется, что с применением численных методов эта задача сможет быть решена.

Однако следует помнить, что экономическая эффективность не является определяющим фактором в делении риска. Решающее значение для страховщика имеет поддержание достаточной финансовой устойчивости, которая, в конечном итоге, необходима самому страхователю. Поэтому увеличение страхового тарифа за счет включения в него обоснованной платы за деление риска соответствует интересам страхователя. В этой связи имеет значение вопрос о выборе оптимальных условий деления риска именно с точки зрения максимизации финансовой устойчивости страховщика. Решение этого вопроса также является одним из направлений дальнейших исследований на основе предложенного подхода.

Апробация

Для расчета страховых тарифов с учетом деления риска по предложенной методике разработано программное обеспечение на платформе 1С 8.2 [5]. Выбор платформы обусловлен необходимостью дальнейшей интеграции предлагаемой методики тарификации в систему учета и планирования деятельности страховой компании, а также достаточной степенью приспособленности платформы 1С 8.2 для решения сложных вычислительных задач. Разумеется, предлагаемый алгоритм может быть реализован и в любой другой программной среде.

Разработанная конфигурация 1С 8.2 поддерживает ввод и хранение данных обобщенного актуарного базиса, поддерживает как табличное, так и аналитическое задание функций. С использованием разработанной конфигурации выполнен расчет нетто-ставки страхового тарифа с учетом деления риска по страховому риску «Повреждение транспортного средства» со следующим актуарным базисом (табл. 1 и 2).

Таблица 1

Описание актуарного базиса

Элементы актуарного базиса	Значение	Примечание
1. Момент окончания договора страхования	1 год с момента заключения	Все сроки в данном базисе измеряются в годах
2. Возраст объекта страхования в момент заключения договора	Не имеет значения	
3. Выжидательный период	0 мес	
4. Срок действия страхования	1 год	
5. Период отсрочки страховых взносов	0 лет	Страховая премия уплачивается при заключении договора страхования
6. Количество страховых взносов	1	Страховая премия уплачивается единовременно
7. Интервал уплаты страховых взносов	0 лет	
8. Функция страховых взносов	Отсутствует	
9. Функция изменения страховой суммы во времени	Отсутствует	Страховая сумма постоянна во времени
10. Начальная страховая сумма	2 000 000 руб.	
11. Период отсрочки страховой выплаты	0 лет	
12. Период рассрочки страховой выплаты	0 лет	
13. Периодичность страховых выплат	0 лет	Выплата производится единовременно
14. Функция страховых платежей	Отсутствует	Страховая выплата производится единовременно
15. Условие об обязательности всей страховой выплаты	Истина	
16. Интенсивность наступления страховых случаев	0,092 в год	
17. Отменительные события и их интенсивности	Отсутствуют	
18. Условие единственности страхового случая	Ложь	
19. Функция распределения суммы убытка при наступлении страхового случая	По табл. 2	
20. Функция прямых расходов	Отсутствует	Рассчитываются и сравниваются нетто-премии
21. Ставка доходности	0% годовых	Доходность не учитывается
22. Договоры деления риска	Отсутствуют	

Таблица 2

Функция распределения суммы убытка при наступлении страхового случая

Верхняя граница интервала, % от страховой суммы	Среднее значение интервала, % от страховой суммы	Вероятность попадания в интервал, доли ед.
10	5	0,2166
20	15	0,2058
40	30	0,1986
70	55	0,2347
100	85	0,1444

Для различных вариантов деления риска (табл. 3) выполнен расчет нетто-ставки страхового тарифа и произведена его проверка с помощью компьютерного моделирования. Для этого по каждому договору деления риска были сгенерированы новые 100 страховых портфелей по 100 договоров в каждом, по каждому портфелю был определен андеррайтерский результат (разность между суммой дисконтированных страховых премий и дисконтированных страховых выплат по портфелю). Далее для каждого договора деления риска было определено число убыточных портфелей (портфелей с отрицательным андеррайтерским результатом) и вычислена эмпирическая вероятность неразорения, равная доле портфелей, не являющихся убыточными. Полученная эмпирическая вероятность сравнивалась с запланированной вероятностью неразорения, закладываемой в расчет страхового тарифа. Критерием качества определения страховых тарифов с учетом деления риска является получение эмпирической вероятности неразорения не менее запланированной. Результаты представлены в табл. 4.

Таблица 3

Используемые договоры деления риска

Описание договора деления риска	Функция дележа (доля страховщика)	Плата за деление риска
1. Безусловная франшиза 20%	$S_0^{(qr\tau)} = \begin{cases} 0, S^{(qr\tau)} < 0,2 \cdot U_\tau \\ S^{(qr\tau)} - 0,2 \cdot U_\tau, S^{(qr\tau)} \geq 0,2 \cdot U_\tau \end{cases}$	0 руб.
2. Условная франшиза 20%	$S_0^{(qr\tau)} = \begin{cases} 0, S^{(qr\tau)} < 0,2 \cdot U_\tau \\ S^{(qr\tau)}, S^{(qr\tau)} < 0,2 \cdot U_\tau \end{cases}$	0 руб.
3. Пропорциональное перестрахование, доля перестраховщика в убытках 40%, в страховой премии – 45%	$S_0^{(qr\tau)} = 0,6 \cdot S^{(qr\tau)}$	$0,45 \cdot V$
4. Непропорциональное перестрахование, собственное удержание страховщика – 40% от страховой суммы, доля перестраховщика в страховой премии – 35%	$S_0^{(qr\tau)} = \begin{cases} S^{(qr\tau)}, S^{(qr\tau)} < 0,4 \cdot U_\tau \\ 0,4 \cdot U_\tau, S^{(qr\tau)} \geq 0,4 \cdot U_\tau \end{cases}$	$0,35 \cdot V$
5. Неполное страхование 70% от страховой стоимости имущества, правило первого риска не применяется	$S_0^{(qr\tau)} = 0,7 \cdot S^{(qr\tau)}$	0 руб.

Таблица 4

**Страховые тарифы и результаты компьютерного моделирования
вероятности неразорения**

Номер договора деления риска	Страховой тариф без учета деления риска, %	Страховой тариф с учетом деления риска, %	Запланированная гарантия неразорения, доли ед.	Эмпирическая гарантия неразорения портфелей с учетом деления риска, доли ед.
1	5,83	3,90	0,95	1,00
2	5,83	5,70	0,95	0,96
3	5,83	6,37	0,95	0,97
4	5,83	6,02	0,95	0,95
5	5,83	4,08	0,95	1,00

Во всех случаях эмпирическая вероятность неразорения страховщика не ниже запланированной, что свидетельствует в пользу правильности определения страхового тарифа с учетом деления риска. Об этом же говорит проверка метода на примитивных случаях деления риска. Так, при пропорциональном перестраховании страховая выплата составляет 70% от действительной суммы убытка, а коэффициент вариации страховой выплаты не меняется, соответственно, и страховой тариф должен составить 70% от тарифа без учета деления риска. В нашем случае (договор № 5) получаем $4,08/5,83 \cdot 100\% = 69,98\% \approx 70\%$.

Выполненные расчеты свидетельствуют о практической реализуемости предложенного алгоритма и его адекватности для различных форм деления риска.

Литература

1. *Мак Томас*. Математика рискованого страхования / Пер. с нем. М.: Олимп-Бизнес, 2005. 432 с.
2. *Рыжков О.Ю.* Финансовая устойчивость страховщиков: оценка и управление: дис. ... канд. экон. наук : 08.00.10. Новосибирск: ИЭОПП, 2008.
3. *Рыжков О.Ю.* Финансовая устойчивость страховых организаций: оценка и управление / Под ред. М.В. Лычагина. Новосибирск: ИЭОПП СО РАН, 2007.
4. *Рыжков О.Ю.* Обобщенный актуарный базис. URL: <http://www.ryzhkov-insurance.narod.ru>
5. *Рыжков О.Ю.* Подсистема автоматизации актуарной работы на платформе 1С 8.2. URL: <http://www.ryzhkov-insurance.narod.ru>
6. *Рыжков О.Ю.* Численный алгоритм тарификации договора страхования на обобщенном актуарном базисе. URL: <http://www.ryzhkov-insurance.narod.ru>
7. *Семенова Е.В.* Оценка влияния размера франшизы на страховую премию // Финансовый менеджмент в страховой компании. 2007. № 4.
8. *Стяжков И.В.* Некоторые вопросы актуарных расчетов при определении стоимости страховых услуг // Финансовый менеджмент в страховой компании. 2006. № 2.

Bibliography

1. *Mak Tomas*. Matematika riskovogo strahovanija / Per. s nem. M.: Olimp-Biznes, 2005. 432 p.
2. *Ryzhkov O.Yu.* Finansovaja ustojchivost' strahovnikov: ocenka i upravlenie: dis. ... kand. jekon. nauk : 08.00.10. Novosibirsk: IJeOPP, 2008.

3. *Ryzhkov O.Yu.* Finansovaja ustojchivost' strahovyh organizacij: ocenka i upravlenie / Pod red. M.V. Lychagina. Novosibirsk: IJeOPP SO RAN, 2007.
4. *Ryzhkov O.Yu.* Obobwennyj aktuarnyj bazis. URL: <http://www.ryzhkov-insurance.narod.ru>
5. *Ryzhkov O.Yu.* Podsystema avtomatizacii aktuarnoj raboty na platforme 1S 8.2. URL: <http://www.ryzhkov-insurance.narod.ru>
6. *Ryzhkov O.Yu.* Chislennyj algoritm tarifkacii dogovora strahovanija na obobwennom aktuarnom bazise. URL: <http://www.ryzhkov-insurance.narod.ru>
7. *Semenova E.V.* Ocenka vlijanija razmera franshizy na strahovuju premiju // Finansovyj menedzhment v strahovoj kompanii. 2007. № 4.
8. *Stjazhkov I.V.* Nekotorye voprosy aktuarnyh raschetov pri opredelenii stoimosti strahovyh uslug // Finansovyj menedzhment v strahovoj kompanii. 2006. № 2.